Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV®.

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour en savoir plus sur nos formations disponibles, veuillez visiter :
formav.co/explorer

BTS Électrotechnique

Mathématiques - BTS, groupement B

Session 2018 • Code sujet : **MATGRB1** • Durée : **2 heures** • Coefficient : **Variable selon la spécialité : 2 pour la plupart des spécialités, 2,5 en constructions métalliques, 1,5 en géologie appliquée, 1 en maintenance et après-vente des engins de travaux publics et de manutention, 3 en traitement des matériaux.**

Sommaire

Cliquez sur une partie pour y accéder directement

1. **Démarrage d’un train à très haute vitesse et aire d’une pièce de gare** (13 questions) — Page 3

2. **Probabilités et test d’hypothèse sur l’obsolescence programmée des smartphones** (13 questions) — Page 8

3. **Ce qu’il faut retenir & Questions fréquentes (FAQ)** (Synthèse & Q&A Examen) — Page 12

Sujet officiel (PDF) : https://btselectrotechnique.fr/assets/annales/bts-electrotechnique/E2 - Mathématiques/2018/BTS Électrotechnique - E2 - Mathématiques - Session 2018 - 3-Sujet.pdf

1. Démarrage d’un train à très haute vitesse et aire d’une pièce de gare

Un projet de train à propulsion électromagnétique doit atteindre 400 km/h en moins de deux minutes, et la distance parcourue est modélisée par une fonction. L’exercice étudie cette fonction, puis calcule l’aire d’une pièce destinée aux futures gares à partir de sa représentation et d’une fonction.

A. Résolution d’une équation différentielle

Question 1°. Résoudre sur [0, +∞[l’équation différentielle homogène y' - 0,2y = 0, en utilisant la formule fournie.

On compare l’équation à la forme fournie : $y' + ay = 0$, avec $a = -0,2$. Ses solutions sont donc de la forme $y(t) = ke^{-at}$. Ici, $-a = 0,2$.

Sur $[0, +\infty[$, la constante k est réelle.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $y(t) = ke^{0,2t}$, avec $k \in \mathbb{R}$.

Question 2°. Vérifier que g(t) = -15t - 75, définie sur [0, 3], est une solution de l’équation différentielle y' - 0,2y = 3t.

On dérive la fonction proposée : $g'(t) = -15$. On calcule ensuite le membre de gauche de l’équation :

$g'(t) - 0,2g(t) = -15 - 0,2(-15t - 75) = -15 + 3t + 15 = 3t$.

On retrouve le membre de droite pour tout $t \in [0, 3]$. Ainsi, g est bien une solution particulière de l’équation différentielle sur cet intervalle.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $g'(t) - 0,2g(t) = 3t$, donc g est une solution.

Question 3°. Déduire des questions précédentes l’ensemble des solutions de l’équation différentielle y' - 0,2y = 3t.

Les solutions de l’équation différentielle complète s’obtiennent en ajoutant une solution de l’équation homogène à une solution particulière. Ici, $g(t) = -15t - 75$ est une solution particulière et les solutions homogènes sont $ke^{0,2t}$.

On obtient ainsi toutes les solutions, pour k réel, sur l’intervalle considéré.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $y(t) = ke^{0,2t} - 15t - 75$, avec $k \in \mathbb{R}$.

Question 4°. Déterminer la solution f de l’équation différentielle vérifiant la condition initiale f(0) = 0, sachant qu’à t = 0 le wagon est au point de départ.

La solution générale est $f(t) = ke^{0,2t} - 15t - 75$. À $t = 0$, la condition initiale donne $f(0) = k - 75 = 0$, donc $k = 75$.

En remplaçant la constante dans la solution générale, on obtient la fonction distance qui vérifie le départ au point d’origine.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $f(t) = 75(e^{0,2t} - 1) - 15t$.

B. Étude de fonction et application

Question 1° a). Résoudre sur [0, 3] l'inéquation f'(t) ≥ 0 à partir des expressions de f et de f' fournies par le logiciel de calcul formel.

Le calcul formel donne $f'(t) = 15(e^{0,2t} - 1)$. Puisque 15 est positif, $f'(t) \geq 0$ équivaut à $e^{0,2t} \geq 1$. La fonction exponentielle étant croissante, cela équivaut à $0,2t \geq 0$, donc à $t \geq 0$.

Cette condition est vérifiée sur tout l'intervalle $[0, 3]$.

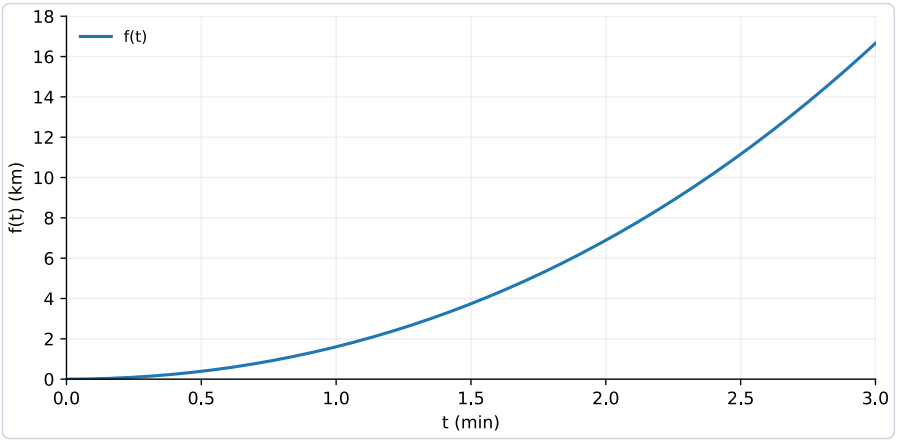
> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $f'(t) \geq 0$ pour tout $t \in [0, 3]$.

Question 1° b). Déduire de l'étude du signe de f' les variations de la fonction f sur [0, 3].

La dérivée est nulle en $t = 0$, puis strictement positive sur $]0, 3]$. La fonction f est donc croissante sur $[0, 3]$. Ses valeurs aux bornes sont $f(0) = 0$ et $f(3) = 75(e^{0,6} - 1) - 45 \approx 16,659$.

t	**0**	**3**
$f(t)$	0	$16,659$
Variation	croissante	

Variations de la distance parcourue



La courbe est croissante sur [0, 3].

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> f croît de 0 à environ $16,659$ km sur $[0, 3]$.

Question 2°. Déterminer la distance parcourue par le wagon au bout d'une minute, en kilomètres, et arrondir le résultat au dixième.

La distance parcourue au bout d'une minute est $f(1)$. En substituant $t = 1$ dans l'expression de la fonction :

$f(1) = 75(e^{0,2} - 1) - 15 \approx 1,605$ km.

Après arrondi au dixième, la distance parcourue depuis le départ est donc de 1,6 km.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$f(1) \approx 1,6$ km.

Question 3° a). En utilisant le fait que la vitesse instantanée est donnée par f'(t), déterminer la vitesse du wagon à t = 2 minutes, en kilomètres par minute, et arrondir au dixième.

La vitesse instantanée est donnée en kilomètres par minute par $f'(t) = 15(e^{0,2t} - 1)$. À deux minutes :

$f'(2) = 15(e^{0,4} - 1) \approx 7,377$ km/min.

On arrondit cette valeur au dixième, comme demandé. La conversion en kilomètres par heure, utile pour la question suivante, consiste à multiplier par 60.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$f'(2) \approx 7,4$ km/min.

Question 3° b). Indiquer si l'objectif des ingénieurs est atteint et justifier la réponse au regard de la vitesse visée de 400 km/h en moins de deux minutes.

Le seuil de 400 km/h correspond à $400/60 \approx 6,667$ km/min. À deux minutes, la vitesse vaut $15(e^{0,4} - 1) \approx 7,377$ km/min, soit environ $442,6$ km/h.

Comme la vitesse augmente continûment à partir de zéro, elle atteint le seuil avant deux minutes. L'objectif fixé par les ingénieurs est donc respecté.

✓ RÉPONSE À RETENIR

Oui, la vitesse de 400 km/h est atteinte avant deux minutes.

Question 4°. Parmi les trois propositions, recopier l'équation de la tangente à la courbe C au point d'abscisse 2. Aucune justification n'est demandée.

Au point d'abscisse 2, la tangente a pour équation $y = f'(2)(t - 2) + f(2)$. Or $f'(2) = 15(e^{0,4} - 1)$ et $f(2) = 75(e^{0,4} - 1) - 30$.

Le terme constant est donc $f(2) - 2f'(2) = 45e^{0,4} - 75$. La proposition correcte est la troisième.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$y = 15(e^{0,4} - 1)t + 45e^{0,4} - 75$.

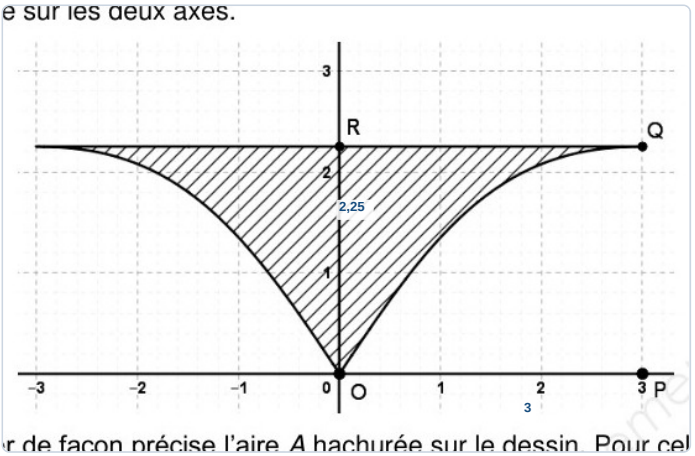
C. Calcul intégral

Question 1°. Choisir l'aire, en unités d'aire, du rectangle OPQR représenté sur le dessin. Une seule des trois réponses proposées est exacte.

Sur le schéma, le rectangle $OPQR$ a pour largeur $OP = 3$, car l'abscisse de P est 3. Sa hauteur est $OR = 2,25$, égale à l'ordonnée du bord supérieur. Son aire est le produit de ces deux dimensions.

$A_1 = 3 \times 2,25 = 6,75$ unités d'aire. C'est la troisième réponse proposée.

Dimensions du rectangle OPQR



✓ **RÉPONSE À RETENIR**

$A_1 = 6,75$ u. a.

Question 2°. Calculer l'aire A2, en unités d'aire, de la région limitée par la courbe de g(x) = 27x/(2x² + 18), l'axe des abscisses et les droites x = 0 et x = 3, en utilisant la primitive fournie.

La fonction g est positive sur $[0, 3]$, donc l'aire cherchée est $\int_0^3 g(x)\,dx$. La primitive fournie est $G(x) = \frac{27}{4}\ln(x^2 + 9)$, à une constante près.

Ainsi, $A_2 = G(3) - G(0) = \frac{27}{4}(\ln 18 - \ln 9) = \frac{27}{4}\ln 2 \approx 4,679$ u. a.

✓ **RÉPONSE À RETENIR**

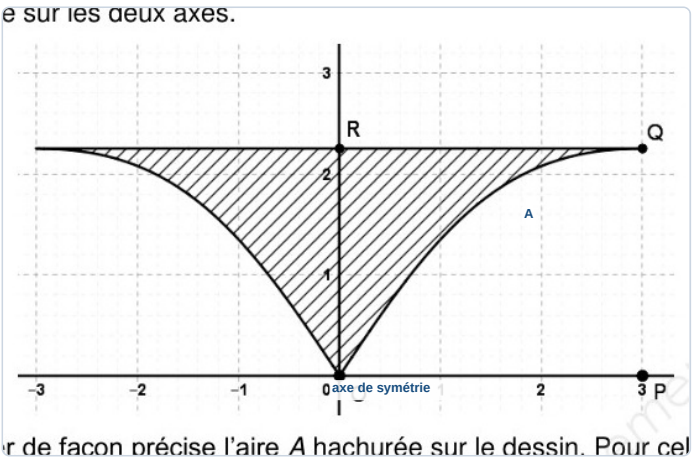
$A_2 = \frac{27}{4}\ln 2 \approx 4,679$ u. a.

Question 3°. Déduire des questions précédentes l'aire A de la pièce hachurée, en tenant compte de la symétrie par rapport à l'axe des ordonnées, puis arrondir au millième.

Par symétrie, l'aire totale est le double de l'aire de la moitié droite. Cette moitié est le rectangle de surface A_1, diminué de la surface sous la courbe, A_2.

$A = 2(A_1 - A_2) = 2\left(6,75 - \frac{27}{4}\ln 2\right) = 13,5(1 - \ln 2) \approx 4,143$ u. a., au millième près.

Aire totale et symétrie



✓ **RÉPONSE À RETENIR**

$A \approx 4,143$ u. a.

2. Probabilités et test d'hypothèse sur l'obsolescence programmée des smartphones

L'exercice étudie l'obsolescence technique et logicielle de smartphones, puis modélise le nombre d'appareils non réparables dans un lot de modèle A. Il se termine par un test bilatéral visant à vérifier une affirmation de sondage concernant la marque B.

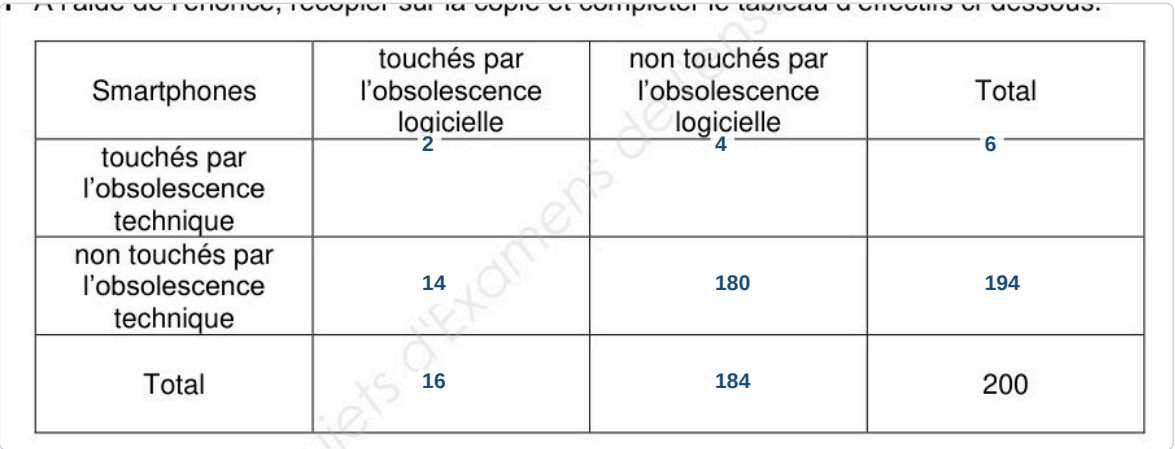
A. Probabilités conditionnelles

Question 1°. À partir des données concernant 200 smartphones, des taux d'obsolescence technique et logicielle et de leur recoupement, compléter le tableau d'effectifs croisant les deux types d'obsolescence.

Les effectifs concernés sont : technique, $200 \times 0{,}03 = 6$; logiciel, $200 \times 0{,}08 = 16$; les deux, $16 \times 0{,}125 = 2$. On complète ensuite avec les totaux.

Smartphones	Touchés par l'obsolescence logicielle	Non touchés par l'obsolescence logicielle	Total
Touchés par l'obsolescence technique	2	4	6
Non touchés par l'obsolescence technique	14	180	194
Total	16	184	200

Tableau d'effectifs complété



✓ RÉPONSE À RETENIR

Cases intérieures, par ligne : 2 et 4 ; 14 et 180.

Question 2°. Donner les probabilités P(T), P(L) et P_L(T), où T désigne l'obsolescence technique, L l'obsolescence logicielle et P_L(T) la probabilité de T sachant L.

Les taux de l'énoncé donnent directement les probabilités. La dernière valeur est conditionnelle : elle concerne les smartphones déjà touchés par l'obsolescence logicielle.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$P(T) = 0{,}03$; $P(L) = 0{,}08$; $P_L(T) = 0{,}125$.

Question 3° a). Calculer la probabilité que le smartphone soit touché à la fois par l'obsolescence technique et par l'obsolescence logicielle, soit P(T ∩ L).

Par définition de la probabilité conditionnelle, $P(T \cap L) = P(L)P_L(T)$.

$$P(T \cap L) = 0{,}08 \times 0{,}125 = 0{,}01.$$

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> $P(T \cap L) = 0{,}010.$

Question 3° b). Calculer la probabilité qu'un smartphone soit touché par au moins l'un des deux types d'obsolescence, soit P(T ∪ L).

On retranche l'intersection, comptée deux fois dans la somme des probabilités :

- $P(T \cup L) = P(T) + P(L) - P(T \cap L).$
- $P(T \cup L) = 0{,}03 + 0{,}08 - 0{,}01 = 0{,}10.$

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> $P(T \cup L) = 0{,}100.$

Question 3° c). Calculer la probabilité de l'obsolescence logicielle sachant que le smartphone est touché par l'obsolescence technique, soit P_T(L).

La probabilité recherchée est le quotient de la probabilité de l'intersection par celle de T : $P_T(L) = \frac{P(T \cap L)}{P(T)} = \frac{0{,}01}{0{,}03} = \frac{1}{3}$. Ainsi, environ un tiers des smartphones touchés techniquement sont aussi touchés logiciellement.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> $P_T(L) \approx 0{,}333.$

B. Loi binomiale

Question 1°. Justifier que la variable aléatoire X, qui compte les smartphones non réparables dans un lot de 50, suit une loi binomiale et en déterminer les paramètres.

Chaque prélèvement est un essai de Bernoulli, de probabilité $0{,}045$ d'obtenir un smartphone non réparable. Les tirages sont assimilés à des tirages avec remise, donc indépendants. X compte les succès sur 50 essais.

- Nombre d'essais : 50.
- Probabilité d'un succès : 0,045.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> $X \sim \mathcal{B}(50\,;\,0{,}045).$

Question 2°. Calculer la probabilité que les 50 smartphones prélevés soient tous réparables.

Tous les appareils sont réparables lorsque $X = 0$. La probabilité qu'un smartphone soit réparable est $1 - 0{,}045 = 0{,}955$. Par indépendance des tirages :

$$P(X = 0) = 0{,}955^{50} \approx 0{,}100.$$

✓ RÉPONSE À RETENIR

$P(X = 0) \approx 0{,}100$.

Question 3° a). Faire tourner à la main l'algorithme pour i allant de 0 à 3, puis compléter le tableau avec les valeurs de P(X = i) et les sommes successives S.

On calcule chaque probabilité avec $P(X = i) = \binom{50}{i}(0{,}045)^i(0{,}955)^{50-i}$, puis on l'ajoute à la somme précédente. Valeurs arrondies au millième :

	i = 0	i = 1	i = 2	i = 3
$P(X = i)$	0,100	0,236	0,272	0,205
S	0,100	0,336	0,608	0,813

Tableau de la loi binomiale complété

dessous.

i	0	1	2	3
$P(X = i)$	0,100	0,236	0,272	0,205
S	0,100	0,336	0,608	0,813

✓ RÉPONSE À RETENIR

$P(X = i)$: 0,100 ; 0,236 ; 0,272 ; 0,205. Sommes successives : 0,100 ; 0,336 ; 0,608 ; 0,813.

Question 3° b). Donner la valeur de S à la fin de l'algorithme et interpréter cette valeur dans le contexte du nombre de smartphones non réparables.

L'algorithme additionne les probabilités pour $i = 0, 1, 2, 3$, donc il calcule la probabilité qu'un lot contienne au plus trois smartphones non réparables.

$$S = P(X \leq 3) \approx 0{,}813.$$

✓ RÉPONSE À RETENIR

$S \approx 0{,}813$: environ 81,3 % des lots contiennent au plus trois smartphones non réparables.

Question 4°. Calculer l'espérance de X et interpréter le résultat dans le contexte d'un lot de 50 smartphones.

Pour une loi binomiale, $E(X) = np$. Ainsi, $E(X) = 50 \times 0{,}045 = 2{,}25$. Sur un grand nombre de lots de 50 appareils, le nombre moyen de smartphones non réparables par lot est 2,25.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$E(X) = 2{,}25$ smartphones non réparables par lot en moyenne.

C. Test d'hypothèse

Question 1°. Choisir la valeur de h, arrondie au centième, vérifiant sous H0 que P(0,55 - h ≤ F ≤ 0,55 + h) = 0,95, parmi les trois propositions, en utilisant la moyenne 0,55 et l'écart type 0,037 indiqués.

Pour une loi normale, l'intervalle central de 95 % s'étend approximativement de 1,96 écarts types autour de la moyenne. Donc $h \approx 1{,}96 \times 0{,}037 = 0{,}07252$, soit 0,07 au centième.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> Réponse : 0,07.

Question 2°. Énoncer la règle de décision du test bilatéral au seuil de signification de 5 %, pour tester H0 : p = 0,55 contre H1 : p ≠ 0,55.

Au seuil de 5 %, on conserve H_0 lorsque la fréquence observée appartient à l'intervalle central de 95 %. Avec $h \approx 0{,}07$, les bornes sont $0{,}55 - 0{,}07 = 0{,}48$ et $0{,}55 + 0{,}07 = 0{,}62$.

- Si $f \in [0{,}48\,;\,0{,}62]$, on ne rejette pas H_0.
- Sinon, on rejette H_0.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> Ne pas rejeter H_0 si $f \in [0{,}48\,;\,0{,}62]$, sinon la rejeter.

Question 3°. À partir des 76 réponses observées sur un échantillon de 180 personnes, déterminer la conclusion du test concernant l'affirmation selon laquelle 55 % des Français pensent que la marque B pratique l'obsolescence programmée.

La fréquence observée est $f = \frac{76}{180} \approx 0{,}422$. Elle est inférieure à la borne basse 0,48 : on rejette donc H_0 au seuil de 5 %. L'échantillon ne confirme pas une proportion de 55 %.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> On rejette H_0 au seuil de 5 % : la proportion de 55 % n'est pas confirmée.

Ce qu'il faut retenir de ce sujet (Session 2018)

Bilan de l'épreuve : Cette épreuve de mathématiques du BTS, groupement B, session 2018, porte le code MATGRB1 et dure 2 heures. Son coefficient varie selon la spécialité. Elle traite du démarrage d'un train à très haute vitesse et de l'aire d'une pièce de gare, puis de l'obsolescence des smartphones. Les compétences évaluées incluent équations différentielles, fonctions, calcul intégral, probabilités, loi binomiale et test d'hypothèse.

Notions-clés, formules & règles à maîtriser

- Pour y' - 0,2y = 3t, la solution générale est la somme d'une solution particulière et de la solution de l'équation homogène.
- La dérivée de la distance par rapport au temps donne la vitesse en km/min ; multiplier par 60 permet de l'exprimer en km/h.
- Pour une loi binomiale B(n, p), P(X = k) = C(n, k)p^k(1-p)^(n-k) et E(X) = np.
- Pour un test bilatéral, on compare la fréquence observée aux bornes de l'intervalle de décision défini sous l'hypothèse nulle.

Points de vigilance & attentes du jury

- Respecter les unités : convertir la vitesse calculée en km/min en km/h avant de la comparer à 400 km/h.
- Dans le tableau à double entrée, vérifier les totaux des lignes, des colonnes et des 200 smartphones.
- Dans l'algorithme binomial, actualiser S après chaque valeur de i et interpréter la somme des probabilités demandées.
- Pour le test, calculer la fréquence observée 76/180 et appliquer la règle de décision au seuil bilatéral de 5 %.

Questions fréquentes sur cette épreuve (Q&A Examen)

Q : Comment utiliser la dérivée pour vérifier la vitesse du wagon ?

La dérivée f'(t) donne la vitesse en kilomètres par minute puisque f est une distance en kilomètres et t un temps en minutes. Pour la comparer à 400 km/h, convertissez la vitesse en multipliant sa valeur par 60.

Q : Comment calculer l'aire sous la courbe de g dans cet exercice ?

L'aire entre x = 0 et x = 3 se calcule par l'intégrale de g sur [0, 3]. Évaluez la primitive fournie aux bornes, puis soustrayez ses valeurs. Tenez ensuite compte de la symétrie pour obtenir l'aire totale.

Q : Comment organiser le temps dans cette épreuve de deux heures ?

L'épreuve comporte deux exercices de 10 points et plusieurs parties indépendantes. Répartissez le temps entre les deux exercices, réservez une période pour vérifier les calculs, les unités et les arrondis, et ne restez pas bloqué sur une question.

Q : Quels arrondis et quelles justifications faut-il respecter ?

Dans l'exercice 2, sauf mention contraire, les résultats sont à arrondir au millième. Suivez les précisions propres à chaque question, notamment au dixième ou au centième, et justifiez les réponses demandées. Les questions à choix multiples ne nécessitent pas de justification.

Sujet officiel associé (PDF) : https://btselectrotechnique.fr/assets/annales/bts-electrotechnique/E2 - Mathématiques/2018/BTS Électrotechnique - E2 - Mathématiques - Session 2018 - 3-Sujet.pdf
Ressources BTS Électrotechnique : Toutes les annales & corrigés • Fiches de révision complètes • Simulateur de notes d'examen

Copyright © 2027 FormaV®. Tous droits réservés.

FormaV® est une marque déposée auprès de l'INPI sous le numéro 5227897.

Ce document a été élaboré par FormaV® avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV®, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV® se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.